Cuadernos de Economía, Vol. 44 (Mayo), pp. 59-89, 2007

¿Puede el Diseño de un Torneo Deportivo Afectar su Asistencia?*

Giorgo Sertsios
Universidad de los Andes

Tournament design variables -such as the number of teams and matches - affect attendance. This paper provides evidence of how design variables have affected attendance in the Chilean football league. We estimate the annual demand for stadium tickets with tournament design variables among the regressors. The results suggest that moving towards the optimal tournament structure implies fewer teams and more matches. For example, a tournament with 14 teams and 3 rounds of matches (totaling 273 games) -as opposed to the current 16-team, 2-round league structure (240 games)- would increase attendance by 28%.

JEL: L83, C22
Keywords: Football demand, annual attendance, tournament design.

1 Introducción

Embarcarse en grandes cambios institucionales requiere visión o desesperación por parte de los tomadores de decisiones. Las autoridades del fútbol chileno han instituido tantos cambios en el diseño de la primera división A en los últimos 70 años que parece probable que ambas motivaciones hayan estado presentes en sus decisiones. De hecho, entre 1935 y 2005 la cantidad de equipos participantes y partidos jugados correspondientes a la primera división A cambiaron en 16 y 27 ocasiones, respectivamente.

Este comportamiento revela que los organizadores han tenido una insatisfacción constante con el diseño del torneo: su diseño óptimo les ha resultado esquivo. Esto se puede deber a que las nuevas propuestas de torneos son copias de campeonatos de fútbol que han sido exitosos en otros países. Lamentablemente, a la hora de implementar esas propuestas, no se considera que el mercado

* Agradezco a Alexander Galetovic, Manuel Hermosilla, Iván Marinovic, William Mullins, Carlos Rodríguez y al árbitro anónimo sus valiosos aportes.
E-mail: gsertsios@uandes.cl

chileno es muy distinto en cuanto a tamaño, ingreso y otras variables, al de los países en donde esos formatos de torneos resultaron exitosos.

La iteración entre diferentes diseños del torneo de fútbol resalta el hecho de que éstos han sido impuestos exógenamente. De hecho, si el fútbol fuese una industria no regulada, sin barreras a la entrada o a la salida, tanto el número de empresas (equipos) como la cantidad producida (partidos) tenderían a su nivel óptimo. Sin embargo, como en Chile los clubes deportivos en su mayoría no son empresas privadas y el formato del torneo es impuesto exógenamente, mediante el sistema de prueba y error, no necesariamente se tiende hacia su diseño óptimo.

El aporte de este trabajo es proveer evidencia acerca de cómo el diseño del torneo de fútbol en Chile ha afectado su atractivo, medido como asistencia anual a los estadios, permitiendo inferir cuándo el diseño del torneo ha estado más cerca de su óptimo[1]. Para este propósito, la demanda anual a los estadios de la primera división A es estimada, ocupando entre los regresores las variables de diseño del torneo.

La literatura de reestructuración de torneos deportivos es la más cercana al tema de estudio del presente trabajo y además provee la adecuada contextualización, porque trata acerca de cómo un nuevo diseño de torneo afecta la demanda a los estadios. Cairns (1987) estima la demanda por partido para tres equipos en la liga de fútbol escocesa para las temporadas 1971-80, controlando por el cambio de diseño que tuvo esa liga en 1975. Burkitt y Cameron (1992) realizaron un análisis similar para la liga de rugby inglesa, estimando la demanda por partido entre 1966-90 usando datos de panel y controlando por el cambio de diseño de la liga de 1973. Finalmente Dobson *et al.* (2001) extendieron el estudio de Burkitt y Cameron generando series simuladas de asistencias ante diferentes escenarios de estructuras de la liga de rugby inglesa. Sin embargo, ninguno de estos trabajos estima los efectos marginales de las variables de diseño sobre la asistencia. Sólo estiman los efectos de reestructuraciones completas.

Este trabajo es único por dos motivos. El primero es que los datos del torneo de fútbol chileno presentan un alto grado de variación en el número de equipos y número de partidos, permitiendo la inclusión directa de ambas variables de diseño como variables explicativas en la estimación de tipo series de tiempo[2]. De hecho, en comparación con la liga inglesa, escocesa, italiana y española, la primera división A del fútbol chileno es la que ha cambiado más veces el número de equipos y es la segunda que más ha cambiado la cantidad de partidos jugados, después de la escocesa. Es más, la mayor parte de esta variación ha sido dentro del mismo tipo de torneo (todos contra todos)[3], lo que provee un experi-

[1] Palomino y Rigotti (2000) señalan que la organización institucional de los equipos de fútbol profesionales en Europa tienen como objetivo maximizar la demanda por el deporte. En Chile, los equipos de fútbol se fundaron bajo las mismas bases que sus pares de Europa, por lo que es razonable pensar que los objetivos institucionales sean los mismos.

[2] Bird (1982) también estima la demanda anual por tickets al estadio mediante series de tiempo, pero él analiza sólo el efecto de variables económicas (como precio de los tickets e ingreso de los hinchas) sobre la asistencia y no considera los efectos de las variables de diseño sobre la asistencia.

[3] Otro tipo de torneo es jugar por grupos en una primera fase, o que haya más de un torneo en el año.

mento natural que permite medir el impacto marginal de los cambios de estas variables sobre la asistencia.

La segunda diferencia es metodológica: a diferencia del resto de la literatura de economía deportiva, que ha estimado la demanda por partidos y ha intentado resolver el problema de la simultaneidad entre los precios de las entradas y la asistencia vía variables instrumentales u omisión de la variable precio, este estudio estima la demanda anual de tickets mediante una ecuación reducida que elude el problema de la simultaneidad y permite obtener los parámetros estructurales.

Este artículo se estructura de la siguiente manera: en la sección 2 se describe la ecuación de demanda y se realizan pruebas empíricas a su forma funcional. En la sección 3 se exponen los resultados. Finalmente, en la sección 4 se concluye.

2 Especificación del Modelo

2.1 Modelo, variables y datos

La demanda anual del torneo de la primera división A del fútbol chileno es estimada tomando como variable dependiente la asistencia anual (A_t) y como variables explicativas el precio promedio de las entradas (P_t) y un vector de variables exógenas (Z_t), tal como se plantea en la ecuación 1.

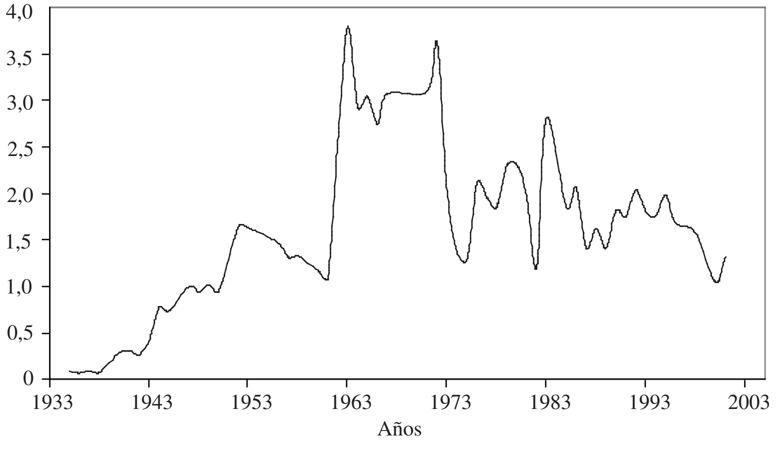
$$(1) \qquad A_t = A_t(P_t, Z_t)$$

Las variables exógenas Z_t se pueden separar en tres categorías: variables económicas, variables de diseño del torneo y variables de control.

Dentro de las variables económicas se incluyen el ingreso promedio de la población expresado en millones de pesos de 1996, la población total de Chile y dos variables que tratan de enfrascar los efectos de los sustitutos de asistir al estadio. Estas variables son D75 y DTV. D75 es una variable dicotómica que toma valor 0 hasta 1974 y 1 de 1975 en adelante. Esta variable intenta capturar los efectos de la apertura económica de Chile a partir de ese año que se dio como consecuencia de cambios políticos, ya que junto con la mayor apertura, llegaron también gran parte de nuevas actividades recreacionales que sustituyeron al fútbol. DTV es una variable que toma valor 1 cuando el torneo de fútbol fue televisado y 0 en caso contrario.

No se considera ninguna tendencia para explicar la trayectoria de la asistencia, ya que no existe soporte teórico para hacerlo y porque la inspección visual de los datos de asistencia no determinan ningún patrón inidentificable que relacione la asistencia anual al estadio con el paso del tiempo como se observa en el Gráfico 1.

GRAFICO 1
ASISTENCIA ANUAL AL ESTADIO A LO LARGO DEL TIEMPO
(en millones de personas)



Las variables de diseño son el número de equipos, la cantidad de partidos jugados en el torneo y el número de equipos que descendieron a una división inferior por su bajo desempeño.

El efecto de estas variables sobre la calidad del torneo es derivado en el Apéndice A ocupando un modelo de teoría de juegos con equipos heterogéneos. La intuición es que si la calidad del torneo aumenta, la asistencia a los estadios también lo hará, ceteris paribus. El modelo predice que aumentar el número de equipos en el torneo, manteniendo constante la cantidad de partidos jugados, la inversión de los equipos en calidad –medida como el gasto planilla– se reduce, ya que la probabilidad de descender disminuye. A su vez, si el número de partidos aumenta, manteniendo el número de equipos, la inversión en calidad de los equipos aumenta (contratan jugadores de mejor calidad), porque más partidos permite hacer un uso más intensivo de la inversión, rentabilizándola. Por último, en el modelo también se encuentra que la posibilidad de descender induce una mayor inversión en calidad.

Sin embargo, los resultados del modelo no implican que el diseño óptimo del torneo deba tener dos equipos e infinitos partidos, ni que un gran número de equipos deba ser relegado cada temporada. Esto es porque el modelo no incluye algunos factores que influencian la demanda, al no poder ser modelados adecuadamente. De hecho, un torneo con dos equipos atraería muy poco público porque rápidamente se tornaría repetitivo y monótono. A su vez, un torneo con varios cientos de partidos por temporada saturaría rápidamente el mercado.

Un torneo en el cual descienda una gran proporción de equipos enfrentaría un problema diferente: los equipos con grandes bases de apoyo descenderían más seguido, privando a la primera división A de una fracción significativa de sus consumidores naturales cada temporada. Esto también reduce el atractivo del torneo indirectamente, ya que la oportunidad de generar partidos entre clásicos rivales sería imposible en algunos años porque uno de esos equipos puede haber descendido la temporada anterior. A este inconveniente le llamaremos rotación ineficiente de equipos.

Por ende, los resultados a presentar en este trabajo deben consideran tanto los efectos de calidad, desarrollados en el Apéndice A, como los factores recién mencionados a la hora de ser interpretados: un torneo tendría el número de equipos óptimo si la reducción de un equipo aumenta el atractivo del torneo, mediante el aumento en calidad, por el mismo monto que la disminuiría la reducción en variedad que produciría jugar con un equipo menos. Naturalmente, este argumento se sostiene para las otras dos variables de diseño.

Finalmente, el último set de variables del vector Z_t, son las variables de control, dentro de las cuales se incluye la dicotómica D7374, que toma valor 1 en los años 73 y 74 y 0 en otro caso. Esta variable trata de aislar el efecto de la inestabilidad política y social de Chile en esos años. También se considera la *dummy* tres puntos (D3P) que quiere probar si la norma internacional de asignar tres puntos al ganar en vez de dos contribuyó en algo al atractivo y, por ende, a la asistencia del fútbol de Chile. Por último, se considera como variable de control un indicador de daños a la propiedad privada denominado violencia. Este indicador se ocupa como instrumento (*proxy*) de los desmanes ocurridos en los estadios e intenta capturar el mayor precio implícito que pagan los individuos al asistir a los estadios de Chile a partir de los años noventa, por los desmanes frecuentes que allí ocurren. La fuente de todas las variables se detallan en el Apéndice B.

La base de datos tiene 71 observaciones, pero 15 torneos se han jugado con una estructura distinta a todos-contra-todos y a su vez muy distinta entre sí. Por esto, para aislar el efecto de las variables de diseño, número de equipos, partidos jugados y descenso, de otros efectos de diseño de campeonato, se consideran solamente los 56 torneos que ha tenido el formato "todos-contra-todos", ya sea dos o más ruedas[4].

2.2 Especificación econométrica

Para estimar la ecuación (1), hay que resolver el problema de la endogeneidad de los precios con la cantidad de personas que asisten al estadio, ya que ambas variables se determinan simultáneamente.

En la literatura de torneos deportivos este problema se repite con frecuencia y se han tomado básicamente tres posiciones: la primera de ellas ha sido ignorar el problema y considerar la variable precio como exógena conllevando a estimadores de parámetros inconsistentes; la segunda alternativa ha sido omitir la variable precio, lo que implica sesgar los parámetros que estuvieran relacionados con dicha variable; la tercera alternativa ha sido ocupar variables instrumentales, metodología correcta, pero en la mayoría de las ocasiones los instrumentos adecuados escasean, haciendo difícil la implementación de esta técnica.

[4] En esta muestra no hay observaciones de una sola rueda.

En este trabajo se intenta solucionar la endogeneidad de los precios mediante la estimación reducida de un modelo estructural. Simultáneamente con la elección del modelo reducido se realizará la elección de la forma funcional que debiese tener la ecuación 1. La técnica se describe a continuación.

Si se elucubra acerca de la forma en que se fijan los precios promedios anuales de las entradas (P_t) podemos pensar que los clubes, en su conjunto, actúan con algún grado de colusión θ. Si $\theta = 1$ la industria se comporta de manera monopólica, si $\theta = 0$ se comporta de manera competitiva y si $0 < \theta < 1$ lo hace de alguna manera intermedia.

De esta manera podemos obtener la regla de fijación de precios según la técnica descrita por Bresnahan (1982).

$$(2) \qquad P_t + \frac{dP_t}{dA_t} * A_t * \theta = C$$

Donde C es el costo marginal de que una persona presencie un encuentro. C puede ser el costo del papel de la entrada, la limpieza necesaria por asistente, etc., ya que todos los grandes costos de los torneos de fútbol no dependen del número de personas que asisten al estadio.

Se esgrimen tres hipótesis acerca de la forma funcional de la ecuación (1).

$$H_0\text{:}\ \log(A_t) = \alpha_0 + \beta_0 \log(P_t) + \gamma_0 \log(Z_t)$$

$$H_1\text{:}\ \log(A_t) = \alpha_1 + \beta_1 P_t + \gamma_1 Z_t$$

$$H_2\text{:}\ A_t = \alpha_2 + \beta_2 P_t + \gamma_2 Z_t$$

Donde γ_0, γ_1, γ_2 son vectores de parámetros que acompañan a las variables exógenas.

La fijación de precios para las especificaciones H_0, H_1 y H_2 se derivan de la ecuación (2), quedando:

$$(3) \qquad P_t = \frac{C}{\left[1 + \frac{\theta}{\beta_0}\right]}$$

para la especificación H_0

$$(4) \qquad P_t = C - \frac{\theta}{\beta_1}$$

para la especificación H_1

$$(5) \qquad P_t = C - \frac{\theta * A_t}{\beta_2}$$

para la especificación H_2.

Reemplazando las ecuaciones de fijación de precios en las especificaciones de demandas originales se llega a los siguientes modelos reducidos:

H_0': $\log(A_t) = \phi_0 + \gamma_0 \log(Z_t)$

H_1': $\log(A_t) = \phi_1 + \gamma_1 Z_t$

H_2': $A_t = \phi_2 + \gamma_3 Z_t$

Donde,

$$\phi_0 = \alpha_0 + \beta_0 \log\left(\frac{C}{1+\frac{\theta}{\beta_1}}\right), \phi_1 = \alpha_1 + \beta_1 * C - \theta, \phi_2 = \alpha_2 + \frac{\beta_2 * C}{1+\theta}, \gamma_3 = \frac{\gamma_2}{1+\theta}$$

Por lo tanto si se estima por *OLS* H_0' y H_1', se obtienen los parámetros de interés γ_0 y γ_1 de manera directa, ya que cualquiera sea el grado de colusión de la industria es absorbido por la constante. Sin embargo, si la forma funcional de la demanda es H_2, no se pueden obtener los verdaderos parámetros estimando H_2', ya que los parámetros obtenidos por *OLS* habría que multiplicarlos por $(1 + \theta)$ y el valor de θ es desconocido.

Por este motivo, primero se contrasta la especificación H_0' con H_1', ya que son las únicas formas funcionales bajo las cuales se puede obtener los parámetros de interés insesgadamente. El contraste de estas formas funcionales se realiza con el *test* J de Mackinnon et al. (1983) y consiste en comparar qué forma funcional es la que mejor describe los datos.

Primero se corren las regresiones H_0' y H_1' incluyendo todas las variables explicativas que han sido descritas[5], obteniendo los *fitted values* para ambas especificaciones. A la diferencia de los valores *fitted* en cada momento del tiempo se le llama W_t. Posteriormente se vuelve a correr la regresión H_0', pero incluyendo como variable explicativa a W_t. La idea es ver si esta variable es estadísticamente significativa. Si lo es, quiere decir que la especificación H_1' tiene un aporte significativo a la estimación H_0' y por lo tanto no se puede rechazar la hipótesis de que H_1' es la verdadera forma funcional. Si W_t no es significativa se rechaza la hipótesis de que H_1' sea la verdadera forma funcional. Posteriormente se realiza el mismo análisis corriendo H_1' en función de sus variables explicativas y W_t.

El *test J* de Mackinnon rechaza la hipótesis nula de que H_1' sea la mejor especificación, pero no rechaza que H_0' lo sea. De hecho, cuando se corre H_0' incluyendo W_t como variable explicativa, ésta tiene un *test t* de –1,25, lo que permite rechazar la hipótesis nula de H_1' sea la forma funcional verdadera. Sin embargo, cuando se corre H_1' incluyendo W_t como variable explicativa, ésta tiene un *test t* de 6,63, lo que implica hay algo de H_0' que ayuda a explicar H_1'.

Para no descartar al modelo lineal sólo porque no se pueden recuperar sus parámetros estimando su forma reducida, también se contrasta H_0' con H_2'. A la diferencia entre estos valores predichos *(fitted)* se le denomina V_t[6]. Cuando V_t es

[5] No se incluye población urbana, porque es intercambiable con población.
[6] Vt es la diferencia de valores fitted expresados en la misma escala, es decir, en logaritmos cuando se vuelve a correr H_0' y en niveles cuando se vuelve a correr H_2'.

incluida en la estimación de H_0' tiene un *test t* de –0,17, mientras que si es incluida en la estimación de H_2' tiene un *test t* de 2,57, encontrando mayor evidencia a favor de que H_0' es la verdadera forma funcional de la demanda, ya que aporta significativamente sobre la estimación de H_2', pero no sucede lo mismo al contrario.

En conclusión, se estima la demanda asumiendo que la verdadera forma funcional es del tipo doble logarítmico *(log-log)*, ya que es la que mejor se ajusta a los datos y además permite obtener de manera directa los verdaderos parámetros que acompañan a las variables independientes[7].

Antes de finalizar esta sección, un último problema debe ser considerado: en toda estimación de demanda de torneos deportivos, puede haber partidos en donde la demanda observada no es la real, ya que puede existir restricción de capacidad en los recintos deportivos. Sin embargo, este fenómeno es poco común en Chile, por lo que no se considera como relevante en la estimación.

3 RESULTADOS

3.1 Resultados generales

Antes de exponer los resultados, dos puntos deben ser aclarados. El primero, es que no existe correlación espuria en la regresión; el segundo, es la ausencia de endogeneidad en las variables de diseño.

Cuando se corre una regresión de serie de tiempo, una de las preocupaciones principales es que la relación entre las variables no sea espuria. Para este propósito, el primer paso es analizar si las variables a ocupar son estacionarias. En el presente trabajo se encuentra que las variables asistencia, ingreso, población, equipos y partidos son no estacionarias. En consecuencia, se aplicó el *test* de cointegración de Engle-Granger. La hipótesis nula de no cointegración fue rechazada de acuerdo a los valores críticos reportados por Mac Kinnon (1991)[8] con un nivel de significancia del 5%. Por ende, a pesar de que las variables ocupadas no son estacionarias, no existe correlación espuria.

Habiendo resuelto el tema de la presunta relación espuria entre las variables, queda otra preocupación importante: el hecho que la calidad del torneo pueda ser pensada como endógena con la asistencia. Esto implicaría que las variables de diseño, que son *proxies* de la calidad, también pueden tener el riesgo de ser endógenas. Sin embargo, es sabido que estas variables son im-

[7] Estos resultados son válidos, porque como se verá más adelante, no hay problemas de correlación espuria ni de endogeneidad entre las variables. Además, se ocupó el método de Newey-West para obtener estimadores más eficientes.

[8] Se corrió una regresión simple incluyendo todas las variables explicativas y se aplicó el *test* Dickey-Fuller a sus residuos. Este *test* no incluyó diferencias rezagadas de los residuos, porque no había evidencia de autocorrelación en su proceso. El *test t* encontrado para el error rezagado fue de –6.5, el cual es mayor, en valor absoluto, que el valor de rechazo: –5,4.

puestas exógenamente por los organizadores del torneo y que no sólo contienen efectos de calidad, sino también de valoración de los consumidores por la variedad, la saturación de la demanda y la rotación ineficiente. Estos factores disminuyen la posibilidad de endogeneidad en las variables de diseño, al menos teóricamente.

Teniendo claro que teóricamente las variables de diseño pueden o no ser endógenas con la variable dependiente, se realiza una versión del *test* de Hausman y se encuentra evidencia a favor de la no endogeneidad. El *test* es como sigue. Primero, la asistencia se regresa contra todas las variables de las cuales no se sospecha endogeneidad, es decir, todas menos las de diseño. De esta regresión obtenemos la serie de errores U_t. Después, la variable equipos se regresa contra asistencia y U_t. Bajo la hipótesis nula de no endogeneidad entre asistencia y equipos, el parámetro que acompaña a U_t debiese ser cero, ya que los estimadores serían consistentes. El resultado es que el *test t* encontrado para el parámetro que acompaña a U_t es –1,1, cayendo por debajo, en valor absoluto, del valor de rechazo de significancia estadística al 5%, –2. Esto implica que la no endogeneidad no puede ser rechazada. Este mismo procedimiento se repite ocupando como variables dependientes las variables partidos y descenso con similares resultados. Los *test t* encontrados fueron de –1,29 y –1,78, respectivamente. En consecuencia, la estimación de demanda por mínimos cuadrados ordinarios del modelo reducido ocupando como variables explicativas las variables de diseño produce estimadores consistentes.

Ahora que se ha demostrado que los resultados mediante mínimos cuadrados ordinarios de H_0' son consistentes y no espurios, los resultados de H_0' se exponen en la Tabla 1. En la columna 1 se detallan los parámetros de la estimación de demanda ocupando todas las variables explicativas mencionadas en la sección 2; en la columna 2 se muestran los *test t* correspondientes. La columna 3 corresponde a los parámetros estimados de la mejor especificación de la demanda, es decir, eliminando las variables que no son individual o colectivamente significativas al 10%; la columna 4 muestra los *test t* de estos parámetros.

3.2 Resultados de las variables económicas

El coeficiente de la variable ingreso es estadísticamente significativo y levemente mayor que uno, lo que sugiere que la asistencia al estadio es un bien normal. Aunque este resultado se contrapone a la elasticidad ingreso negativa encontrada por Bird (1982), la evidencia no es necesariamente contradictoria. Bird estimó la demanda por partidos de fútbol para Inglaterra, un país con mucho mayor ingreso per cápita que Chile. Por ende, es posible que en Inglaterra el fútbol haya pasado de ser un bien normal a uno inferior a medida que el ingreso fue aumentando y otras actividades de ocio más caras desplazaron al fútbol a altos niveles de ingreso.

Si nos enfocamos en la variable población, nos percatamos que su crecimiento ha ocasionado aumentos en demanda que no son estadísticamente signi-

TABLA 1
RESULTADOS DE LAS ESTIMACIONES

Variable dependiente: Asistencia	1	2	3	4
Variables independientes	Coeficiente	*Test-t*	Coeficiente	*Test-t*
Variables Económicas				
Log(Ingreso)	1,05**	2,06	1,37***	5,80
Log(Población)	0,56	0,85		
D75	–0,47***	–2,88	–0,27***	–4,98
DTV	0,05	0,56		
Variables de Diseño				
Log(Equipos)	–0,75*	–1,93	–0,33*	
Log(Partidos)	1,86***	12,12	1,76***	13,55
Descenso	0,04	1,01		
Variables de Control				
Log(Violencia)	–0,98***	–5,50	–0,97***	–4,90
D3P	–0,05	–0,60		
D7374	–0,60***	–4,90	–0,50***	–6,20
C	7,02	0,71	15,30***	8,10
R^2	0,968		0,966	
R^2 ajustado	0,961		0,962	

*,**, *** Variables estadísticamente significativas al 10%, 5% y 1% respectivamente.
Fuente: Elaboración propia.

ficativos. La correlación alta entre el índice de violencia y la variable población podría ser la causa de la no significancia de esta última, sin embargo, esto fue descartado mediante un test de significancia conjunta. También se pensó que la población relevante para la estimación podría estar mal definida y se reemplazó la población total por la población urbana, ya que los equipos de fútbol sólo pertenecen a sectores altamente urbanizados. Sin embargo, no se encontraron cambios importantes en el signo ni en la significancia, por lo que también se descartó esta hipótesis. Por último, se pensó que la falta de significancia estadística de la población se debe a que ésta crece a una tasa similar al costo de oportunidad de ir al estadio, y como este último fenómeno no puede ser cuantificado, la población estaría enfrascando ambos. Lamentablemente, no se puede verificar esta hipótesis, pero parece ser la explicación más razonable.

La variable dicotómica D75 es estadísticamente significativa y tiene un gran efecto negativo sobre la asistencia, como se esperaba. Esto sugiere que la apertura internacional de Chile a mediados de los setentas redujo la asistencia, mediante un influjo de bienes sustitutos del fútbol.

La magnitud del efecto de D75 sobre asistencia puede ser obtenida de la columna 3 de la Tabla 1. A la hora de la interpretación, hay que considerar que un cambio de D75 de 0 a 1 no es marginal:

$$(6) \qquad \frac{Asistencia(D75=1)-Asistencia\left(D75=0\right)}{Asistencia(D75=0)}=\left(e^{-0,27}-1\right)=-0,24$$

Ocupando la asistencia promedio del período 1935-1974 en la ecuación (6) (1,45 millones anuales) se concluye que la apertura internacional de mediados de los 70 redujo la asistencia aproximadamente en 348.000 espectadores, capturando gran parte del declive en asistencia que se observa en el Cuadro 1.

Finalmente, la variable dicotómica DTV, que controla aquellos años en que el torneo de fútbol fue televisado, no es estadísticamente significativa. Esto no debe sorprender, ya que en el 2000 sólo el 25% de los hogares chilenos tenía acceso a televisión por cable[9] y no todos los planes de suscripción al cable permiten el acceso al torneo de fútbol. En consecuencia, el restringido acceso a la transmisión de partidos conlleva a efectos limitados sobre la asistencia.

3.3 Resultados de variables de diseño

En la columna 2 de la tabla 1 se observa que el coeficiente de la variable equipos es negativo y estadísticamente significativo al 10%. Más aún, su *valor-p* es levemente mayor que 5% (5,5%). Como se argumentó en la sección 2.1, una reducción en el número de equipos conlleva a dos efectos contrapuestos sobre la asistencia: uno positivo (porque menos equipos llevan a mayor inversión en calidad) y otro negativo (porque se reduce la variedad de partidos). El coeficiente estimado indica que, en la muestra, el efecto positivo fue más fuerte que el negativo: una reducción en 1% en el número de equipos aumenta la asistencia en 0,33%.

La variable partidos es positiva y estadísticamente significativa a un nivel de 1%. Esto también implica que el efecto positivo sobre la asistencia propiciado por la mayor calidad sobrepasa el efecto negativo de la saturación del mercado al aumentar la cantidad de partidos. Un aumento de 1% en el número de partidos lleva a un incremento de 1,76% en la asistencia.

No obstante, esto no implica que el número de equipos óptimo deba ser dos y que se jueguen infinitos partidos, como se mencionó en la sección 2.1. De hecho, tales predicciones están significativamente fuera del rango de la muestra que se ocupó para estimar los parámetros, por lo que no se puede hacer ese tipo de inferencias. Sin embargo, no todas las predicciones son imposibles: si se analizan cambios sobre las variables de diseño en torno a sus medias muestrales, se pueden obtener los efectos de esos cambios sobre la asistencia con mayor confianza[10].

[9] De acuerdo al Instituto Libertad y Desarrollo (2001).

[10] Otro aporte sería estimar el número óptimo de partidos y equipos incorporando términos de segundo o más orden de estas variables. Sin embargo, cuando se intentó realizar esto se llegó a que esos términos de mayor orden no eran estadísticamente significativos, por lo que no se siguió con esta metodología.

En esta línea, los resultados sugieren que un cambio en el diseño del torneo de 16 equipos, 2 ruedas y 240 partidos –el diseño más común en los noventa– a un diseño con 14 equipos, 3 ruedas y 273 partidos aumentaría la asistencia anual en 28%[11]. Un aumento potencial de esta magnitud merece especial atención y por ende se detalla a continuación.

Este cambio reduciría el número de equipos en dos (12,5%) y añadiría 33 partidos (13,75%) por temporada. El cambio en asistencia es calculado ocupando los coeficientes estimados:

$$\%\Delta\ \textit{Asistencia} = -0,33(-12,5\%) + 1,76(13,75\%) = 28\%$$

Este experimento ocupa números de equipos y partidos que no se desvían mucho de sus medias muestrales. El reducir el número de equipos de 16 a 14 implica un cambio de $(\bar{X} + 0,29\hat{\sigma})$ a $(\bar{X} - 0,28\hat{\sigma})$, mientras que el aumento de 240 a 273 partidos implica un cambio de $(\bar{X} + 0,19\hat{\sigma})$ a $(\bar{X} + 0,55\hat{\sigma})$.

Aunque el número de equipos óptimo puede ser menor a 14 y el número de ruedas mayor a 3 (para que haya más partidos) el diseño óptimo es imposible de determinar con esta muestra. Lo único que se puede decir es que el diseño con 14 equipos, 3 ruedas y 273 partidos parece apuntar en la dirección adecuada en pos de aumentar la asistencia. La intuición es que al haber menos equipos, cada partido se torna más importante, ya que cada rival es más directo. Esto aumenta la cantidad de partidos denominados *six-pointers* en donde es tan importante ganar como evitar que el otro equipo gane. Al haber más de este tipo de partidos aumenta el drama y por ende los espectadores.

La última variable de diseño a analizar es el descenso. Como se observa en la columna 1 del cuadro 1, tiene efecto positivo sobre la asistencia, pero no estadísticamente significativo. Esto se interpreta como que el aumento en asistencia provocado por la mayor inversión en calidad que propicia el descenso es compensado por la menor asistencia causada por la rotación ineficiente de equipos. En consecuencia, el efecto neto sobre la asistencia no es estadísticamente distinto de cero para todo el rango de valores que tomó la variable descenso en la muestra: entre 0 y 4.

El efecto no significativo del descenso sobre la asistencia no es nuevo en la literatura. De hecho, Burkitt y Cameron (1992) también reportan un coeficiente no significativo para la liga de rugby inglesa.

3.4 Resultados de las variables de control

El coeficiente de la variable dicotómica D7374 es negativo y estadísticamente significativo, como se esperaba. Esto se puede interpretar como que la inestabilidad social en Chile en el período 1973-74 provocó una fuerte caída en asistencia.

[11] Se escogió un torneo con 14 equipos y 3 ruedas (los equipos juegan todos contra todos 3 veces) porque es uno de los pocos diseños de torneos que no se desvía demasiado de las medias muestrales, proveyendo predicciones más confiables.

La *dummy* D3P no es estadísticamente significativa, implicando que la medida de la FIFA de dar tres puntos al equipo ganador en vez de dos no alteró el atractivo de los partidos. Este resultado es consistente con el modelo teórico desarrollado por Brocas y Carrillo (2004), quienes concluyeron que el efecto de dar tres puntos al equipo ganador tiene implicancias ambiguas sobre las estrategias ofensivas de los equipos, y en consecuencia, también tiene implicancias ambiguas sobre el atractivo de los partidos.

4 Conclusión

Este trabajo considera la pregunta ¿Puede el diseño del torneo de fútbol de Chile afectar su asistencia? Para responder esta pregunta se estima la demanda anual por asistencias al estadio entre 1935 y 2005 en función de variables económicas, de diseño de torneo y de control.

Para solucionar el problema de simultaneidad entre los precios de los tickets y la asistencia a los estadios, este trabajo estima la demanda en forma reducida de forma tal que los parámetros obtenidos son consistentes e iguales a los estructurales. Esto es posible gracias a que la forma funcional que mejor se ajusta a los datos es una *log-log*. Además, se encuentra que las variables no estacionarias cointegran y que las variables de diseño no provocan problemas de endogeneidad.

Los resultados encontrados en las variables económicas sugieren que la asistencia a los estadios es un bien normal, y que el influjo de sustitutos producido por la apertura económica de mediados de los años 1970 produjo una caída en la asistencia anual mayor a 300.000 espectadores.

Los resultados de las variables de diseño de torneo sobre la asistencia son decidores. Una reducción de 1% en el número de equipos aumentaría la asistencia anual en 0,33% y un aumento de 1% en el número de partidos la incrementaría en 1,76%.

Sin embargo, estas elasticidades diseño-asistencia no implican que el diseño óptimo del torneo deba ser con 2 equipos e infinitos partidos por temporada. Esto último conllevaría a un torneo extremadamente monótono y que terminaría saturando el mercado por su excesiva oferta. Dada la muestra que se tiene no se puede decir cuál es el diseño óptimo del torneo. Sin embargo, sí se puede concluir en qué dirección se encuentra el óptimo: hacia menos equipos y más partidos, lo que implicaría mayor número de ruedas.

Por ejemplo, los resultados sugieren que un torneo con 14 equipos y 273 partidos (3 ruedas) llevaría un 28% más de espectadores al estadio anualmente que un torneo con 16 equipos y 240 partidos (2 ruedas).

En consecuencia, se concluye que el diseño del torneo de fútbol de Chile puede afectar la asistencia. De hecho, la reducción en el número de equipos acompañada de mayor cantidad de ruedas para generar más partidos no es nueva en el fútbol. En Escocia, en 1975, se cambió el diseño de la división de honor de 18 equipos y 2 ruedas a 10 equipos y 4 ruedas revirtiendo la tendencia negativa en asistencia que se venía manifestando en la última década.

La metodología descrita recientemente puede ser aplicada para evaluar una gran variedad de torneos deportivos, proveyendo un criterio más objetivo acerca de si éstos necesitan o no una modificación. También puede servir para evaluar industrias en donde algunas condiciones se imponen exógenamente.

REFERENCIAS

Bird, P. (1982), "The Demand for League Football". *Applied Economics* 14: 637-649.

Bresnahan, T. (1982), "The Oligopoly Solution Concept is Identified". *Economics Letters* 10: 87-92.

Brocas, I. y J. Carrillo (2004), "Do the "Three-Point Victory" and the "Golden Goal" Rules Make Soccer More Exciting?" *Journal of Sports Economics* 5(2): 169-185.

Burkitt, B. y S. Cameron (1992), "Impact of League Restructuring on Team Sport Attendances: the case of rugby league". *Applied Economics* 24: 265-271.

Cairns, J. (1987), "Evaluating changes in league structure: the reorganization of the Scottish Football League". *Applied Economics* 19: 259-275.

Díaz, J., R. Luders y G. Wagner (2004), "Chile 1810-2000: La República en Cifras". Libro en preparación para la publicación.

Dobson, S., J. Goddard y J. Wilson (2001), "League Structure and Match Attendances in English Rugby League". *International Review of Applied Economics* 15(3): 335-351.

Fundación Paz Ciudadana (2005), Anuarios de Estadísticas Criminales 1999-2001. www.pazciudadana.cl/estadisticas.php

Instituto Libertad y Desarrollo (2001), "El Bienestar de los Pobres y la Importancia de Crecer al 7%". Temas públicos Nº 51.

Instituto Nacional de Estadísticas (INE), Censos de Chile, para los años 1930, 1940, 1952, 1960, 1970, 1982, 1992, 2002.

Marín, E. (1995), "Historia Total del Fútbol Chileno: 1895-1995". Editores y Consultores REI limitada.

Mackinnon, J. (1991), "Critical Values for Cointegration Tests". In *Long-run relationships* edited by R.F. Engle and C.W.J. Granger, Oxford University Press.

MacKinnon, J., H. White y R. Davidson (1983), "Tests for Model Specification in the Presence of Alternative Hypotheses; some further results". *Journal of Econometrics* 21: 53-70.

Noll, R. (2002), "The economics of promotion and relegation in sports leagues: the case of English Football". *Journal of Sports Economics* 3(2): 169-203.

Nti, K. (1997), "Comparative Statics of Contests and Rent-seeking Games". *International Economic Review* 38(1) 43-59.

Palomino, F. y L. Rigotti (2000), "The Sports League Dilemma: Competitive Balance versus Incentives to Win", paper E00'292. Institute of Business and Economic Research.

Pyndick, R. y D. Rubinfeld (2000), *Econometric Models and Forecasts*. Forth edition, McGraw-Hill.

Szymanski, S. y T. Valletti (2003), "Promotion and Relegation in Sporting Contests", working paper, Imperial College London. www.nhh.no/sam/stabssem/2003/szymanski.pdf.

A. Apéndice A: El modelo

A. 1 Introducción al modelo

Este modelo se enmarca dentro de la literatura de torneos deportivos. En particular, se inserta dentro de los modelos que intentan explicar cómo cambia la calidad que los equipos eligen para enfrentar un torneo ante cambios en el diseño de dicho torneo, entendiendo la calidad como el gasto en planilla que realizan los equipos. Los modelos que están más en la línea del presente son los de Noll (2002) y Szymanki y Valletti (2003). El modelo de Noll examina cuál es el efecto del descenso sobre la elección de calidad de los equipos en un torneo deportivo que inicialmente estaba cerrado (no existía la posibilidad de descender). Él asume que los clubes maximizan utilidades esperadas. Sin embargo, no explicita ninguna forma funcional para la función generadora de ingresos de los clubes ni para las probabilidades de descenso. Sólo señala que los ingresos de los clubes son cóncavos con respecto a su único argumento, la calidad, y que la derivada de la función de probabilidad de descenso es negativa con respecto a este mismo argumento. La desventaja de este modelo es que al tener funciones no explícitas de ingresos ni de probabilidades, no permite avanzar mucho en los resultados que impliquen interacción estratégica entre los participantes, ya que la resolución analítica del modelo se ve limitada rápidamente. Por otra parte, el modelo de Szymanski y Valletti quiere examinar el efecto del descenso en un torneo deportivo sobre la dispersión en las elecciones de calidad de los equipos participantes. Para ello, al igual que Noll, asume que los clubes maximizan utilidades, pero ocupa funciones explícitas tanto para los ingresos como para la probabilidad de descender. La desventaja de este modelo es que ocupa una función de ingresos que asume que los clubes sólo generan ingresos si es que ganan el torneo.

El presente modelo toma elementos de los dos modelos mencionados anteriormente. En primer lugar, sigue la estrategia de Noll (2002) de tomar funciones de ingresos cóncavas con respecto a la calidad propia para poder modelar el hecho de que los clubes no sólo generan ingresos si son campeones, sino que generan ingresos por la calidad exhibida. Además, toma las funciones explícitas de probabilidad de descenso de Szymanski y Valletti (2003) *(logits standard)* para poder avanzar un poco más en los equilibrios que impliquen interacción estratégica. Por último, cabe destacar que este modelo incorpora la heterogeneidad entre los clubes, factor que no fue modelado en los trabajos anteriores.

Con el marco recién descrito, este modelo intenta replicar el modelo de Noll (2002) acerca de los efectos del descenso sobre las elecciones de calidad de los participantes. Sin embargo, lo más relevante es que plantea dos nuevas preguntas: ¿Qué sucede con la calidad del torneo si es que aumenta el número de equipos manteniendo el número de partidos constante? y ¿Qué sucede con la calidad del torneo si es que aumenta el número de partidos manteniendo el número de equipos constante? En resumen, el presente modelo examina cómo se afecta la elección de calidad de los clubes ante cambios en las variables de diseño descenso, equipos y partidos.

A.2 Descripción del modelo

La interacción estratégica está modelada como un juego estático[12]. Existen dos divisiones: primera división A y primera división B (A y B en adelante). Cada una tiene N clubes que denotamos $\{1,2,\ldots,N\}$. El análisis se centra en A. Esta se modela completamente, mientras que B sólo se incluye para examinar los efectos de las variables de diseño sobre los incentivos generados en los equipos pertenecientes a A. La elección de calidad determina el pago del juego, compuesto de dos partes: los beneficios contemporáneos y un "premio de división" que representa el premio esperado[13], medido como beneficios monetarios de comenzar el torneo siguiente en A o, alternativamente, el castigo de comenzar en B. Se adopta la noción de "premio de A", tal que para cada equipo i el premio de A es $G_i^A = \overline{G}_i^A + \in_i$, con $\in_i \sim iid(0,\sigma^2)$, $\overline{G}_i^A > 0$ y volatilidad suficientemente pequeña para esperar $G_i^A > 0$[14].

La apertura o posibilidad de descenso se denota como $r \in \{0,1,\ldots,N-1\}$ y es el número de clubes que, una vez observado el desempeño al final de cada torneo, desciende de A a B y sube de B a A. Si $r = 0$, decimos que el torneo es cerrado. Si r 1, decimos que es abierto. Analizamos el formato de torneo "todos contra todos", tal que cada club $i \in \{1,2,\ldots,N\}$ juega una sola vez contra todo $j \in \{1,2,\ldots,i-1,i+1,\ldots,N\}$ de tal manera que el número de partidos que cada equipo juega, P, es $N - 1$.

Cada club $i \in \{1,2,\ldots,N\}$ escoge su calidad $q_i \in \left[0, \overline{q}\right]$ justo antes de comenzar cada torneo. Pensaremos en q como el vector de calidades, tal que $q = \left[q_1, q_2, \ldots, q_N\right]$. Se denomina Q a la calidad total del campeonato, tal que $Q = f(q)$, con $\frac{df(q)}{dq_i} \geq 0 \forall i \in \{1,2,\ldots,N\}$.

Cada equipo i genera ingresos de acuerdo a la función $P^\lambda R^i(q_i)$, con $\lambda \in (0,1)$, tal que para todo club el ingreso marginal es decreciente en la cantidad de partidos que juega[15]. Aparte del número de partidos, se asume que sólo la calidad individual influye en la generación de ingresos contemporáneos, siguiendo a Noll (2002) y a Szymanski & Valletti (2003). Se supone que $R^i(0) = 0$, $R_q^i > 0$ y $R_{qq}^i < 0$[16] para dar cuenta de: i) no se paga la "no calidad" y ii) el ingreso es creciente a tasas decrecientes en la calidad.

[12] El juego estático es una simplificación del juego repetido (infinitas veces) que sería la representación más fiel de la interacción en torneos deportivos. A pesar de estar omitiendo en su conceptualizión el "futuro estratégico", permite concentrarse en las dimensiones contemporáneas de las elecciones conjuntas de calidad desde una perspectiva más didáctica.

[13] La naturaleza estocástica está dada por la probabilidad de descender, que se modela más adelante.

[14] En un juego repetido, este diferencial sería dependiente de las características de los torneos futuros y de las estrategias de elección de calidad de cada equipo en dichos torneos. En este juego estático el error captura dichos efectos y se asume un diferencial fijo y particular a cada club.

[15] A más de partidos, la disposición a pagar por ellos disminuye.

[16] Como usualmente, R_q^i y R_{qq}^i denotan, respectivamente, la primera y segunda derivada en el único argumento q_i.

El no incluir en la función generadora de ingresos de los equipos la calidad total del torneo, Q tiene cuatro justificaciones. La primera es que, al incluirla, no se pueden encontrar soluciones analíticas en dos de las tres demostraciones de este modelo si no se explicita algún tipo de función. La segunda, es que si se explicita algún tipo de función como por ejemplo $R_i(Aq_1^{\alpha_1} q_2^{\alpha_2} ....q_i^{\alpha_i} ..q_N^{\alpha_N})$. Donde $A > 0$, $0 < \alpha_i < 1\ \forall i$, y además, $\alpha_i > \alpha_{-i}$, tal que se suponga funciones de ingreso cóncavas que crezcan más si es que aumenta la calidad propia que la de un equipo rival, hace perder generalidad al modelo y debe ser resuelto por métodos numéricos en vez de analíticos. En tercer lugar, suponer una función como la recién expuesta implica solamente que aumenta el grado de complementariedad estratégica entre las elecciones de calidad de los equipos, lo que refuerza los resultados que se encontrarán más adelante, haciendo que el supuesto sea inocuo. En cuarto lugar, trabajar con una función generadora de ingresos por partido que sólo depende de la calidad propia permite expandir levemente lo realizado por los trabajos de economía deportiva, haciéndolo fácilmente comparable.

Ahora, nos disponemos a caracterizar la heterogeneidad de la función $R^i(q_i)$. Suponemos que es distinta para cada i, ya que los ingresos que se desprenden de una determinada calidad $\hat{q} \in \left[\underline{q}, \overline{q}\right]$[17] pueden ser muy diferentes para equipos con diversas hinchadas. Por ejemplo, para un equipo muy popular o con una hinchada muy adinerada, la función de ingresos marginales sería $R_q^p(\hat{q})$, mientras que para un equipo poco popular o con hinchada poco adinerada sería $R_q^u(\hat{q})$, tales que $R_q^p(\hat{q}) > R_q^u(\hat{q})$, es decir, para el mismo monto de calidad escogida por ambos clubes, el club más popular y/o más adinerado obtiene mayores ingresos marginales. Esto sumado a que $R^i(0) = 0$ y a que las elecciones de calidad están restringidas a ser positivas, implica que $R^p(\hat{q}) > R^u(\hat{q})$, ya que en cada punto, la función generadora de ingresos tiene mayor pendiente para el club más popular. Luego, los diversos clubes pueden ordenarse de acuerdo a su función de ingresos totales y marginales de la siguiente forma: $R^1(\hat{q}) > R^2(\hat{q}) > \ldots > R^N(\hat{q})$; $R_q^1(\hat{q}) > R_q^2(\hat{q}) > \ldots > R_q^N(\hat{q})$, siendo el club 1 el más popular y el club N el menos popular.

El costo unitario de la calidad es constante e igual a w, de modo que todos los clubes tienen la misma tecnología de producción. Así, la función de costos totales de cada club es

$$\text{(A1)} \quad CT(q_i) = F + wq_i$$

donde F es un costo fijo y wq_i son los costos variables. El hecho de que el costo unitario de la calidad (w) sea constante implica que la elasticidad de la oferta de calidad deportiva es infinita. El modelo es robusto si se plantea con costos convexos que implican elasticidad de oferta de calidad positiva.

Justo antes de encontrarse en el torneo, todo club i maximiza el valor de su pago considerando la estructura del torneo, es decir, maximiza sus utilidades. Alternativamente podemos considerar un escenario en donde los equipos están

[17] $\underline{q} > 0$.

maximizando el rendimiento deportivo o satisfacción de los hinchas menos los costos de ese determinado rendimiento o satisfacción, sin variar la estructura de la función objetivo.

Las utilidades de los clubes π^i son

$$\text{(A2)} \quad \pi^i\left(q_i\right) = P^{\lambda} R^i(q_i) - CT(q_i)$$

Por simplicidad se asume que el premio otorgado al equipo campeón es cero[18] y que δ es el factor de descuento (igual para todos los clubes). En una liga abierta (r 1), los clubes que en $t = 0$ juegan en A, en $t = 1$ pueden comenzar jugando en A o en B, dependiendo de si mantuvieron o perdieron la categoría.

La probabilidad de descender $D^i(q)$ para un equipo i se modela como una logit Standard siguiendo a Szymanski y Valletti (2003) y a Nti (1997)[19] y es equivalente a la probabilidad de salir último en un torneo donde se enfrentan todos los equipos contra todos:

$$\text{(A3)} \quad D^i(q) = \frac{q_i^{-\gamma}}{\sum\limits_{k \in \{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}}$$

donde γ representa qué tan fuerte afectan las elecciones de calidad a la probabilidad de descender y es mayor o igual a cero. Si $\gamma = 0$, la probabilidad de descender es independiente de la elección de calidad, siendo siempre igual a $1/N$. Si γ tiende a infinito se puede demostrar que en el límite $D^i(q) = 1$.

Además,

$$\text{(A4)} \quad \frac{\partial D^i(q)}{\partial q_i} = -\frac{\gamma q_i^{-\gamma-1}}{\left[\sum\limits_{k \in \{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}\right]^2} \left\{\left[\sum_{k \in \{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}\right] - q_i^{-\gamma}\right\} < 0$$

Lo que implica que si aumenta la calidad escogida por el club i disminuye su probabilidad de descenso, *ceteris paribus*.

[18] Se asume premio 0 para simplificar, ya que los cambios en los incentivos vienen dados por los cambios en las probabilidades de descender a B. Si hubiese un premio X por ganar el campeonato y la probabilidad de obtenerlo fuera $S^i(q)$, la maximización se plantearía de la siguiente manera: $\max\limits_{q_i} P^{\lambda} R_i(q_i) + S^i(q) * X - F - wq_i$.

Esto no cambiaría los resultados encontrados, sólo lograría que existiera interacción estratégica aun cuando el torneo fuese cerrado.

[19] Esta función es de fácil maniobrabilidad algebraica.

A.3 Desarrollo del modelo

A.3.1 *Torneo cerrado o sin descenso*

Cada equipo debe maximizar sus utilidades de acuerdo al marco de incentivos presentado por el diseño del campeonato, sin embargo las elecciones de calidad serán distintas para los diversos clubes, ya que ellos difieren en sus funciones generadoras de ingresos. La elección de calidad que realiza un equipo i en $t = 0$ obedece a la maximización de las utilidades y al diferencial de premio esperado por la división donde comienza jugando en $t = 1$.

Para un torneo cerrado se puede asumir que el premio esperado es cero, ya que en $t = 1$ se mantiene la división A cualquiera que sea el lugar que ocupe el equipo i en $t = 0$ o bien que la probabilidad de ganar el premio es uno, lo que no cambiaría la CPO del problema. En este caso, la maximización de utilidades para un equipo i asume lo primero, y queda conformada de la siguiente manera:

(A5) $$\max_{q_i} P^{\lambda} R^{i}(q_i) - F - wq_i$$

(A6) CPO $$R_q^i\left(q_i\right) = \frac{w}{p^{\lambda}}$$

Esto implica que mientras menor sea el costo de la calidad (w) y mayor la cantidad de partidos se aumenta la elección de q_1 por parte del club i.

Se denominará q_N^{C*} al vector de calidades óptimas escogidas por los N clubes en el diseño de campeonato cerrado de manera de satisfacer la ecuación (A6). Los clubes más populares escogerán necesariamente un nivel de calidad mayor que los menos populares.

A.3.2 *Torneo abierto o con descenso (r = 1)*

La maximización queda conformada de la siguiente manera para un equipo i cualquiera:

(A7) $$\max_{q_i} P^{\lambda} R_i(q_i) - F - wq_i + \delta\left[\left(1 - D^i(q)\right)E\left(G_i^A\right)\right]$$

(A8) CPO $$R_q^i\left(q_i\right) = \frac{w}{p^{\lambda}} - \frac{\delta \overline{G}_i^A \gamma q_i^{-\gamma-1}\left\{\left[\sum_{k\in\{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}\right] - q_i^{-\gamma}\right\}}{\left[\sum_{k\in\{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}\right]^2 P^{\lambda}}$$

Sea q_N^{O*} el vector de calidades óptimas escogidas por los N clubes en el diseño de campeonato abierto de manera de satisfacer la ecuación (A8). En equilibrio, también se da que los clubes más populares escogerán necesariamente un nivel de calidad mayor que los menos populares para el mismo formato de torneo.

A.3.3 *Comparación de elección de calidad en torneos abiertos versus cerrados*

En esta sección se comparan las calidades escogidas por N equipos en un torneo cerrado versus uno abierto, de manera de llegar a conclusiones acerca del cambio en la calidad total del torneo provocada por la existencia del descenso.

Proposición 1. *En una liga cerrada la calidad escogida por todos los equipos de A es menor que en una liga abierta* $\left(q_N^{C*} < q_N^{O*}\right)$, *por lo tanto la apertura aumenta la calidad del campeonato.*

Prueba. Como se observa en la ecuación (A6), la calidad escogida por cualquier equipo A es tal que $R_q^i\left(q_i\right) = \frac{w}{p^\lambda}$, sin embargo, se ve que en la ecuación (A8)

(A9) $$R_q^i\left(q_i\right) = \frac{w}{p^\lambda} - \frac{\delta \overline{G}_i^A \gamma q_i^{-\gamma-1}\left\{\left[\sum_{k\in\{1,\dots,N\}} q_k^{-\gamma}\right] - q_i^{-\gamma}\right\}}{\left[\sum_{k\in\{1,\dots,N\}} q_k^{-\gamma}\right]^2 P^\lambda}$$ *y dado que* $\delta, \overline{G}_i^A, \gamma, q \geq 0 \Rightarrow$

$\frac{\delta \overline{G}_i^A \gamma q_i^{-\gamma-1}\left\{\left[\sum_{k\in\{1,\dots,N\}} q_k^{-\gamma}\right] - q_i^{-\gamma}\right\}}{\left[\sum_{k\in\{1,\dots,N\}} q_k^{-\gamma}\right]^2 P^\lambda} \geq 0$. Por lo tanto $R_q^i\left(q_i\right)$ debe ser menor en una liga abierta que en una cerrada. Como la función $R_q^i\left(q_i\right)$ es cóncava, la calidad requerida para satisfacer la ecuación (A7) debe ser menor que la requerida para satisfacer la ecuación (A8) para el equipo i y como esto se cumple $\forall\ i \in \{1,2,\dots,N\}$, aumenta la calidad escogida por todos los equipos participantes del torneo, independientemente de las acciones tomadas por el resto de los clubes, es decir, si se abre la liga la estrategia de aumentar la calidad escogida por cualquier equipo es dominante. Entonces, si se permite descender en la división A, $\Delta^+ q_i \forall i \in \{1,2,\dots,N\} \Rightarrow \Delta^+ q$ y por ende $\Delta^+\ Q$ ceteris paribus.

A.3.4 *Comparación de elección de calidad variando el número de equipos y partidos*

En esta sección se asume el escenario de una liga abierta.

Al aumentar la cantidad de clubes participantes de *N* a *N* + 1 se esperan dos efectos sobre la calidad total del torneo. El primero es el "efecto equipos" y el segundo es el "efecto partidos", ya que se definió el formato del torneo como uno en donde juegan todos los equipos contra todos, lo que implica que al haber más equipos también hay más partidos. A su vez, el "efecto equipos" tiene dos aristas: Las implicancias sobre las elecciones de calidad para los *N* equipos pertenecientes al campeonato antes de la expansión y el efecto sobre la calidad propiciado por el equipo entrante.

La intuición detrás del “efecto equipos” es la siguiente: Al incorporar un equipo extra al torneo, los N clubes iniciales ven más lejana su probabilidad de descender y sus incentivos a escoger calidad disminuyen, lo que conlleva a una merma en la calidad del campeonato. Por otra parte, el efecto que produce la entrada de un nuevo participante es que aporta algún monto positivo de calidad al torneo. Sin embargo, se sabe que el aumento en el número de participantes en una liga abierta se produce porque se acrecenta la cantidad de clubes que provienen de la división inmediatamente inferior por sobre el número normal de equipos que ascienden, o porque se permite permanecer en la categoría a equipos que con la cantidad de descenso habitual la hubiesen perdido. Esto implica que el aumento en la cantidad de participantes viene propiciado por equipos que con una alta probabilidad tienen una función generadora de ingresos menor a la de los equipos pertenecientes a la división A y por lo tanto escogen montos de calidad inferiores a los que eligen los N equipos que participaban con anterioridad. Entonces, la calidad total del torneo aumenta sólo de manera modesta por los aportes del equipo entrante. El hecho de que los entrantes sean más débiles[20] que los incumbentes se puede modelar como $q_{N+1} \leq q_i \forall i \in \{1, 2, \ldots, N\}$.

Por otra parte, la intuición detrás del “efecto partidos” es que conllevaría a escoger mayor calidad a los N equipos iniciales, debido a que al aumentar el número de partidos se incrementa la rentabilidad de la calidad escogida por los clubes, ya que la función generadora de ingresos depende positivamente de P.

De los efectos mencionados recientemente, el aumento en la calidad del torneo propiciado por el aporte del equipo entrante se cumple de manera tautológica, pero los efectos sobre las elecciones de calidad de los N equipos iniciales derivados del aumento en el número de partidos y de equipos hay que analizarlos en detalle. Esto se realiza a continuación.

Proposición 2. *Si se mantiene la cantidad de partidos jugados constante, el aumento en el número de equipos participantes disminuye las elecciones de calidad de los N clubes iniciales y si se mantiene la cantidad de equipos constante, el aumento en la cantidad de partidos jugados incrementa las elecciones de calidad de esos mismos clubes*[21].

Prueba. La condición de primer orden de la maximización de utilidades para un equipo i en un torneo abierto con $N + 1$ equipos participantes es:

$$\text{(A10)} \quad (P+1)^{\lambda} R_q^i\left(q_i\right) = w - \frac{\delta \overline{G}_i^A \gamma q_i^{-\gamma-1}\left\{\left[\sum_{k\in\{1,\ldots,N,N+1\}} q_k^{-\gamma}\right] - q_i^{-\gamma}\right\}}{\left[\sum_{k\in\{1,\ldots,N,N+1\}} q_k^{-\gamma}\right]^2}$$

[20] Con funciones generadoras de ingresos menores.

[21] Las implicancias de esta proposición cobran sentido práctico cuando se relaja el supuesto de que los equipos juegan todos contra todos una sola vez y se permiten más rondas para ajustar el número de equipos y el número de partidos.

El vector de calidades que satisface esta ecuación para cualquier equipo i es q_{N+1}^{O*}, es decir, ese es el vector resultante de la intersección de las funciones de reacción de los equipos. Análogamente, la condición de primer orden de la maximización de utilidades para un equipo i en un torneo abierto con N equipos participantes es:

$$(\mathrm{A11})\quad P^{\lambda} R_q^i\left(q_i\right) = w - \frac{\delta \overline{G}_i^A \gamma q_i^{-\gamma-1}\left\{\left[\sum_{k\in\{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}\right] - q_i^{-\gamma}\right\}}{\left[\sum_{k\in\{1,\ldots,N,\}} q_k^{-\gamma}\right]^2}$$

Para el caso de N equipos, el vector de calidades que satisface esta ecuación para cualquier equipo i es q_N^{O*}. De las ecuaciones (A10) y (A11) se observa que el q_i resultante puede no ser el mismo, ya que este valor depende del equilibrio completo del sistema de ecuaciones, los cuales pueden ser distintos cuando hay $N + 1$ y N participantes. Para recalcar este hecho se ocupa un supraíndice en las funciones de ingresos marginales que denote el proceso maximizador del cual se obtiene el q_i correspondiente. A la función $R_q^i\left(q_i\right)$ de la ecuación (A10) se le denomina $R_q^{i,N+1}\left(q_i\right)$, mientras que si proviene de la ecuación (A11) queda como $R_q^{i,N}\left(q_i\right)$, de ahora en adelante. Si se restan las ecuaciones (A10) y (A11) se obtiene:

$$(\mathrm{A12})\quad \left(R_q^{i,N+1}\left(q_i\right) - R_q^{i,N}\left(q_i\right)\right) = \frac{w}{\left(P+1\right)^{\lambda}} - \frac{\delta \overline{G}_i^A \gamma q_i^{-\gamma-1}\left\{\left[\sum_{k\in\{1,\ldots,N,N+1\}} q_k^{-\gamma}\right] - q_i^{-\gamma}\right\}}{\left[\sum_{k\in\{1,\ldots,N,N+1\}} q_k^{-\gamma}\right]^2 \left(P+1\right)^{\lambda}} - \frac{w}{\left(P\right)^{\lambda}} + \frac{\delta \overline{G}_i^A \gamma q_i^{-\gamma-1}\left\{\left[\sum_{k\in\{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}\right] - q_i^{-\gamma}\right\}}{\left[\sum_{k\in\{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}\right]^2 \left(P\right)^{\lambda}}$$

Por simplicidad, al lado derecho de la ecuación (A12) se le denomina Ψ, es decir, la ecuación (A12) puede ser rescrita como:

$$(\mathrm{A13})\quad \left(R_q^{i,N+1}\left(q_i\right) - R_q^{i,N}\left(q_i\right)\right) = \Psi$$

Entonces, si al reemplazar el vector de calidades que satisface a los N equipos iniciales cuando sólo existen N participantes $\left(q_N^{O*}\right)$[22] en todos los términos de la ecuación (A12) se cumple que $\Psi > 0$, implica que la calidad escogida por un equipo $i \in \{1,2,\ldots,N\}$ disminuye al aumentar el número de clubes de N a $N + 1$ conjuntamente con aumentar el número de partidos jugados de P a $P + 1$. La lógica es que como la función generadora de ingresos sólo depende de la calidad propia, el lado izquierdo de la ecuación (A13) sería cero al reemplazar en ambas funciones el mismo $q_i \in q_N^{O*}$, mientras que el lado derecho sería mayor que cero, si se cumple que $\Psi > 0$. Esto implicaría que la calidad de equilibrio para el caso de $N + 1$ equipos y $P + 1$ partidos debe ser menor que la de equilibrio con N equipos y P partidos para equilibrar ambos lados de la ecuación. En particular, un q_i menor en el caso de haber $N + 1$ equipos y $P + 1$ hará aumentar el lado izquierdo, ya que $R_q^{i,N+1}(q_i)$ aumentará, y disminuir el lado derecho, ya que $\dfrac{\delta \overline{G}_i^A \gamma q_i^{-\gamma-1}\left\{\left[\sum_{k\in\{1,\ldots,N,N+1\}} q_k^{-\gamma}\right]-q_i^{-\gamma}\right\}}{\left[\sum_{k\in\{1,\ldots,N,N+1\}} q_k^{-\gamma}\right]^2 (P+1)^{\lambda}}$ también aumentará[23]. Lo dicho recientemente se sostiene bajo el supuesto de que las calidades de los otros $N - 1$ equipos permanecen constantes en las correspondientes al vector q_N^{O*}. Pero se sabe que los otros clubes no mantienen su calidad constante, sino que también la disminuyen, ya que enfrentan el mismo problema que i. Considerando dicha interacción, el efecto de la disminución de calidad se refuerza, puesto que éstas son complementos estratégicos[24] y por lo tanto se mengua la calidad escogida por los N participantes iniciales. Análogamente, si $\Psi = 0$ las calidades no cambian y si $\Psi < 0$ éstas aumentan. Por ende, hay que examinar el signo de Ψ una vez que se haya reemplazado q_N^{O*} en la ecuación (A12), para saber qué ocurre con la calidad de los clubes si aumenta el número de equipos de N a $N + 1$. Para facilitar la exposición, en el numerador se ocupa la descomposición $(P+1)^{\lambda} = P^{\lambda} + \Xi$, donde $0 < \Xi < 1$.

22 Se asume un valor q_{N+1} cualquiera, tal que q_{N+1} qi para $i \in \{1,2,\ldots,N\}$

23 Es sencillo notar esto ocupando límites.

24 Al asumir que se produce una disminución en la calidad escogida por club i cuando hay $N + 1$ equipos participantes en vez de N, se está pensando en que la función de reacción del equipo i (con pendiente positiva, ya que las calidades serían complementos estratégicos en el rango relevante) se desplaza y necesita una calidad menor para llegar al equilibrio si es que las otras $N - 1$ funciones de reacción permanecen constantes. Pero a las otras funciones de reacción les sucede lo mismo y por lo tanto el equilibrio final de las N funciones es escoger menor calidad para los N equipos. Es decir, se refuerzan las predicciones una vez que se considera la interacción estratégica.
De todas formas, como la formulación algebraica es amplia, puede caber la posibilidad de que en algún rango las calidades sean sustitutos estratégicos. Sin embargo, sólo en un caso muy extremo de sustitutividad estratégica la calidad promedio por equipo (dado un número de partidos fijos) del campeonato disminuye si se considera dicha interacción, por lo que el supuesto de complementariedad estratégica es prácticamente inocuo. Además, la complementariedad estratégica se cumple en una serie de funciones explícitas de acuerdo al marco descrito.

$$\text{(A14)}\quad \Psi = \left(\frac{wP^{\lambda} - w(P+1)^{\lambda}}{(P+1)^{\lambda} P^{\lambda}} \right) -$$

$$\left(\frac{\delta \overline{G}_i^A \gamma q_i^{-\gamma-1}}{(P+1)^{\lambda} P^{\lambda}} \right) * \left(\frac{\left\{ \left[\sum_{k \in \{1,\ldots,N,N+1\}} q_k^{-\gamma} \right] - q_i^{-\gamma} \right\} P^{\lambda}}{\left[\sum_{k \in \{1,\ldots,N,N+1\}} q_k^{-\gamma} \right]^2} - \frac{\left\{ \left[\sum_{k \in \{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma} \right] - q_i^{-\gamma} \right\} P^{\lambda}}{\left[\sum_{k \in \{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma} \right]^2} \right)$$

La idea es reagrupar términos para poder separar el "efecto equipos" del "efecto partidos". Después de un poco de álgebra Ψ se puede expresar como:

$$\text{(A15)}\quad \left(\frac{-\Xi}{(P+1)^{\lambda} P^{\lambda}} \right) * \left(w - \frac{\delta \overline{G}_i^A \gamma q_i^{-\gamma-1} \left\{ \left[\sum_{k \in \{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma} \right] - q_i^{-\gamma} \right\}}{\left[\sum_{k \in \{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma} \right]^2} \right) \text{E. partidos}$$

$$+ \left(\frac{-\delta \overline{G}_i^A \gamma q_i^{-\gamma-1}}{(P+1)^{\lambda}} \right)$$

$$* \left(\frac{\left\{ \left[\sum_{k \in \{1,\ldots,N,N+1\}} q_k^{-\gamma} \right] - q_i^{-\gamma} \right\}}{\left[\sum_{k \in \{1,\ldots,N,N+1\}} q_k^{-\gamma} \right]^2} - \frac{\left\{ \left[\sum_{k \in \{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma} \right] - q_i^{-\gamma} \right\}}{\left[\sum_{k \in \{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma} \right]^2} \right) \text{E. equipos}$$

En la ecuación (A15) se observan dos efectos contrapuestos. El primer término de la ecuación (A15) representa el "efecto partidos" y es exactamente el diferencial de las funciones de ingresos si es que hubiera aumentado el número de partidos de P a $P + 1$, sin que cambiara el número de equipos participantes. El segundo término es el "efecto equipos" y representa un aumento en el número de equipos participantes desde N a $N + 1$ considerando que se juegan $P + 1$ partidos en el campeonato. El "efecto partidos" tiene signo negativo, ya que Ξ, P y

$$\left(w - \frac{\delta \overline{G}_i^A \gamma q_i^{-\gamma-1} \left\{ \left[\sum_{k \in \{1,\dots,N\}} q_k^{-\gamma} \right] - q_i^{-\gamma} \right\}}{\left[\sum_{k \in \{1,\dots,N\}} q_k^{-\gamma} \right]^2} \right)$$ son positivos[25]. Esto implica que jugar más partidos afecta negativamente a Ψ y por lo tanto las calidades de los N equipos iniciales aumentan por este factor. El efecto equipos tiene signo positivo, ya que el término

$$\left(\frac{\left\{ \left[\sum_{k \in \{1,\dots,N,N+1\}} q_k^{-\gamma} \right] - q_i^{-\gamma} \right\}}{\left[\sum_{k \in \{1,\dots,N,N+1\}} q_k^{-\gamma} \right]^2} - \frac{\left\{ \left[\sum_{k \in \{1,\dots,N\}} q_k^{-\gamma} \right] - q_i^{-\gamma} \right\}}{\left[\sum_{k \in \{1,\dots,N\}} q_k^{-\gamma} \right]^2} \right)$$

es negativo (como se verá en la demostración de la proposición 3) y está multiplicando a otro término negativo. Por lo tanto, el efecto neto de aumentar el número de equipos es incrementar Ψ y en consecuencia las calidades de los N equipos que inicialmente componían la liga disminuyen. ■

Finalmente, el modelo se cierra con la proposición y demostración 3 que se había dejado pendiente.

Proposición 3. *Si la probabilidad de descender del equipo N es menor a 0,618, en un torneo con N clubes participantes, es condición suficiente para que se cumpla:*

$$\text{(A16)} \quad \left(\frac{\left\{ \left[\sum_{k \in \{1,\dots,N,N+1\}} q_k^{-\gamma} \right] - q_i^{-\gamma} \right\}}{\left[\sum_{k \in \{1,\dots,N,N+1\}} q_k^{-\gamma} \right]^2} - \frac{\left\{ \left[\sum_{k \in \{1,\dots,N\}} q_k^{-\gamma} \right] - q_i^{-\gamma} \right\}}{\left[\sum_{k \in \{1,\dots,N\}} q_k^{-\gamma} \right]^2} \right) < 0 \forall i \in \{1,2,\dots,N\}$$

Prueba. Manipulando algebraicamente la inecuación (A16) se llega a:

$$\text{(A17)} \quad \left(\left[\sum_{k \in \{1,\dots,N,N+1\}} q_k^{-\gamma} \right] \left\{ 2q_i^{-\gamma} - \sum_{k \in \{1,\dots,N\}} q_k^{-\gamma} \right\} - q_{N+1}^{-\gamma} q_i^{-\gamma} \right) < 0$$

[25] El término entre paréntesis es positivo porque es equivalente al lado derecho de la ecuación (A11), el cual debe ser mayor que cero para que se escojan niveles de calidad positivos.

Si

$$\left\{2q_i^{-\gamma} - \sum_{k\in\{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}\right\} < 0$$

es condición suficiente para que la inecuación (A17) se verifique.

Si

$$\left\{2q_i^{-\gamma} - \sum_{k\in\{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}\right\} > 0$$

hay que comparar la multiplicación de los términos entre paréntesis que son positivos con el negativo $\left(-q_{N+1}^{-\gamma} q_i^{-\gamma}\right)$ para ver si se cumple la inecuación (A17).

Es sencillo notar que

$$\left\{2q_i^{-\gamma} - \sum_{k\in\{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}\right\} < 0 \forall i \neq N$$

dado que $q_N^{-\gamma} > q_{N-1}^{-\gamma} \ldots > q_1^{-\gamma}$[27]. Entonces, la desigualdad expuesta en la inecuación (A17) se cumple para los $N - 1$ equipos con mayores funciones generadoras de ingresos.

Sin embargo, aún queda por analizar qué sucede cuando el equipo i es el con menor función generadora de ingresos y por ende el club con menor elección de calidad, es decir, cuando $i = N$. Para examinar este caso particular se desglosa la sumatoria anterior y posteriormente se reemplaza q_{i} por q_{N} lo que hace que el término pueda ser expresado como:

$$\text{(A18)} \quad \left\{\left(q_N^{-\gamma} - q_{N-1}^{-\gamma}\right) - \sum_{k\in\{1,\ldots,N-2\}} q_k^{-\gamma}\right\}$$

En este caso, $\left(q_N^{-\gamma} - q_{N-1}^{-\gamma}\right) > 0$ y de hecho si q_N es muy pequeño, $q_N^{-\gamma}$ es muy grande, lo que puede llevar incluso a que

$$\text{(A19)} \quad \left\{\left(2q_i^{-\gamma} - q_{N-1}^{-\gamma} - q_N^{-\gamma}\right) - \sum_{k\in\{1,\ldots,N-2\}} q_k^{-\gamma}\right\} > 0$$

[26] Esto se debe a que los equipos con mayores funciones de ingresos escogen montos de calidad mayores, porque tienen funciones de ingreso marginal ordenables.

Por lo tanto, hay que analizar la inecuación (A17) completa reemplazando q_i por q_N, para ver bajo qué circunstancias se cumple. Es decir, hay que examinar bajo qué condiciones se verifica que

$$\text{(A20)} \quad \left(\left[\sum_{k\in\{1,\ldots,N,N+1\}} q_k^{-\gamma}\right]\left\{2q_N^{-\gamma} - \sum_{k\in\{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}\right\} - q_{N+1}^{-\gamma} q_N^{-\gamma}\right) < 0$$

Para poder encontrar una condición coherente con el modelo, se trata de expresar la inecuación (A20) en términos de la probabilidad de descenso del equipo N cuando participan N clubes en el torneo, es decir, en términos de:

$$D^N(q) = \frac{q_N^{-\gamma}}{\sum_{k\in\{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}}$$

Para eso se divide la ecuación (A20) por

$$\left[\sum_{k\in\{1,\ldots,N,N+1\}} q_k^{-\gamma}\right]\left[\sum_{k\in\{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}\right]$$

, debiéndose cumplir que

$$\text{(A21)} \quad \left\{\frac{2q_N^{-\gamma}}{\sum_{k\in\{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}} - 1\right\} - \left(\frac{q_{N+1}^{-\gamma}}{\sum_{k\in\{1,\ldots,N,N+1\}} q_k^{-\gamma}}\right)\left(\frac{q_N^{-\gamma}}{\sum_{k\in\{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}}\right) < 0$$

Factorizando por

$$\frac{q_N^{-\gamma}}{\sum_{k\in\{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}}$$

se llega a

$$\text{(A22)} \quad \left[\frac{q_N^{-\gamma}}{\sum_{k\in\{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}}\right]\left[2 - \left(\frac{q_{N+1}^{-\gamma}}{\sum_{k\in\{1,\ldots,N,N+1\}} q_k^{-\gamma}}\right)\right] - 1 < 0$$

Como se observa en la inecuación (A22), el caso en donde es más probable que ésta no se cumpla, es cuando el equipo entrante $N + 1$ escoge la mayor calidad posible y dado que $q_{N+1} \leq q_N$, ese monto es q_N. Por lo tanto, la condición que satisfaga la inecuación (A22) cuando se reemplace q_{N+1} por q_N es la más restrictiva de todas las posibles, es decir, es condición suficiente para que se cumpla la inecuación (A22). Reemplazando q_{N+1} por q_N se obtiene

$$\text{(A23)} \quad \left[\frac{q_N^{-\gamma}}{\sum_{k\in\{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}}\right]\left[2-\left(\frac{q_N^{-\gamma}}{\sum_{k\in\{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}+q_N^{-\gamma}}\right)\right]-1<0$$

Manipulando términos, se llega a

$$\text{(A24)} \quad \left[\frac{q_N^{-\gamma}}{\left(\sum_{k\in\{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}\right)}\right]\left[\frac{\left(q_N^{-\gamma}\right)^2}{\left(\sum_{k\in\{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}\right)^2}\right]<1$$

Finalmente, la inecuación (A24) está expresada en términos de

$$\text{(A25)} \quad D^N(q)=\frac{q_N^{-\gamma}}{\sum_{k\in\{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}}$$

Entonces, se reemplaza por dicha probabilidad.

$$\text{(A26)} \quad \left[D^N(q)\right]\left[D^N(q)\right]^2<1$$

Por lo tanto, debe haber un valor crítico de $D^N(q)$ que determine en el rango en el cual la inecuación (A26) se cumpla. Para encontrar dicho rango, se resuelve lo siguiente:

$$\text{(A27)} \quad \left[D^N(q)\right]\left[D^N(q)\right]^2=1$$

El valor de $D^N(q)$ que satisface la ecuación (A27) es 0,618, lo que implica que si $D^N(q) < 0{,}618$ es condición suficiente para que se verifiquen las inecuaciones (A20) a (A27). Por ende queda demostrado que:

(A28) $$\left(\frac{\left\{\left[\sum_{k\in\{1,\ldots,N,N+1\}} q_k^{-\gamma}\right] - q_i^{-\gamma}\right\}}{\left[\sum_{k\in\{1,\ldots,N,N+1\}} q_k^{-\gamma}\right]^2} - \frac{\left\{\left[\sum_{k\in\{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}\right] - q_i^{-\gamma}\right\}}{\left[\sum_{k\in\{1,\ldots,N\}} q_k^{-\gamma}\right]^2} \right) < 0$$

$\forall i \in \{1,2,\ldots,N-1\}$ y para $i = N$ *si* $D^{N}(q) < 0{,}618$. ■

Suponer que la probabilidad de descender sea menor a 0,618 es razonable, ya que por lo general existen varios equipos débiles en los torneos de fútbol, los cuales no difieren mucho en sus funciones de ingresos y por lo tanto pensar en que la probabilidad de descenso de un equipo sea tan alta como para superar ese valor crítico es poco real, porque implicaría una disparidad tremenda entre la función generadora de ingresos del club más débil con el resto de los equipos pertenecientes al campeonato.

A.4 CONCLUSIONES DEL MODELO

En primer resultado del modelo recién expuesto concluye que la posibilidad de descenso aumenta la elección de calidad de los equipos participantes, ya que todos invierten extra en calidad para evitar la posibilidad de descender. Si bien hubiese sido deseable comparar dos escenarios en los cuales se diera interacción estratégica (torneo cerrado versus abierto) no se consideró así, puesto que hubiese complicado demasiado la comparación entre los escenarios con N y $N+1$ equipos. Esto puede ser tema para futuras investigaciones.

El segundo, y principal resultado del presente modelo es que si se mantiene constante la cantidad de partidos jugados, se espera que al aumentar el número de equipos participantes disminuya la elección de calidad para los N equipos iniciales, ya que sólo se altera su probabilidad de descender y no su función generadora de ingresos. A su vez, si se mantiene el número de equipos constante y se aumenta la cantidad de partidos jugados, se espera que aumente la calidad del torneo, ya que es posible rentabilizar más cada unidad de calidad adquirida. También se espera que al aumentar el número de equipos participantes, el entrante escoja niveles de calidad menores a las elegidas por los incumbentes y por lo tanto aporte pequeños montos de calidad al torneo. Si ese equipo extra no significa un aumento en el número de partidos implica que la calidad por partido jugado disminuye.

La gran implicancia de este modelo es que se logra examinar por separado el "efecto partidos" del "efecto equipos" logrando observar hacia dónde apunta cada uno. Esto es útil, ya que normalmente cuando se piensa en cambiar el diseño de un torneo se piensa en variar el número de equipos para que haya distinta cantidad de partidos o variar el número de equipos asumiendo las consecuencias de que al mismo tiempo cambie el número de partidos. Ahora, sin embargo, queda más claro que los incentivos subyacentes de cada uno de estos factores apuntan en sentido contrario y que al aumentar el número de ruedas disminuyendo el número de equipos, se puede lograr que el número de partidos también aumente, aprovechando ambos efectos positivos sobre la inversión en calidad de los clubes.

B. APÉNDICE B: DEFINICIÓN DE LAS VARIABLES Y SUS FUENTES

Variable Dependiente

Asistencia: Asistencia anual al estadio en la primera división del fútbol chileno.
Fuente: Marín (2002).

Variables independientes.

i) *Variables económicas*.

Ingreso: Representa el producto interno bruto promedio anual por habitante en Chile. Está expresando en millones de pesos de 1996.
Fuente: Díaz *et al.* (2004).

Población: Población total de Chile.
Fuente: Díaz *et al.* (2004).

Población urbana: Población total urbana de Chile.
Fuente: Autor en base a información en los censos (1930, 1940, 1952, 1960, 1970, 1982,1992 y 2002). Como no hay información para todos los años de la población urbana de Chile se completaron los datos faltantes con medias geométricas.

D75: Variable dicotómica que toma valor 0 hasta 1974 y 1 de 1975 en adelante.

DTV: Variable dicotómica que toma valor 1 cuando el torneo de fútbol fue televisado y 0 en caso contrario.

ii) *Variables de diseño*.

Equipos: Número de equipos que participaron en la primera división del fútbol chileno en cada año.
Fuente: Marín (2002).

Partidos: Número de partidos que se jugaron en la primera división del fútbol chileno en cada año.
Fuente: Marín (2002).

Descenso: Número de equipos que descendieron directamente por bajo desempeño en la primera división del fútbol chileno en cada año. Se excluyen los descensos por liguillas promocionales.
Fuente: Marín (2002).

iii) *Variables de control*.

D7374: Variable dicotómica que toma valor 1 en los años 1973 y 1974 y 0 en otro caso.

D3P: Variable dicotómica que toma valor 1 en los años que se le asignan 3 puntos al equipo ganador de un partido y toma valor 0 en caso contrario.

Violencia: Desde 1988 en adelante es el número de denuncias por daños a la propiedad privada en Chile. De 1987 hacia atrás se deflacta el indicador de 1988 por el crecimiento de la población[28].

Fuente: Autor a partir de datos de Fundación Paz Ciudadana y Díaz *et al.* (2004).

27 Este indicador se construyó de esta manera porque no existen *proxies* del fenómeno de la violencia en los estadios anteriores a 1988. Como el fenómeno de la violencia en los estadios y los desmanes en la cuidad de Santiago floreció en la década de los noventa, se considera que el período anterior a ese, la violencia creció a la par con el crecimiento vegetativo de Chile.